Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация

**«УРАЛЬСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»**

**МАТЕМАТИКА**

Учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы по заочной форме обучения для специальности «Земельно-имущественные отношения»

Екатеринбург

2014г.

Задания для выполнения контрольной работы разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности СПО «Земельно-имущественные отношения», базовой подготовки, программы учебной дисциплины «Математика»

|  |  |
| --- | --- |
| ОДОБРЕНО  цикловой комиссией  ОГСЭ и ЕН  Председатель комиссии  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Л.Г. Семенова    от «12» сентября 2014г. | УТВЕРЖДАЮ  Директор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.И. Овсянников  «20» сентября 2014 г. |

Организация-разработчик: АН ПОО «Уральский промышленно-экономический техникум»

Разработчик: **Максимова О.Г.**, преподаватель АН ПОО «Уральский промышленно-экономический техникум»

# Паспорт методических указаний и заданий

В результате освоения учебной дисциплины «Математика»

обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности СПО «Земельно-имущественные отношения», базовой подготовки следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию, и общими компетенциями:

Специалист по земельно-имущественным отношениям  
базовой подготовки должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

OK 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Анализировать социально-экономические и политические проблемы и процессы, использовать методы гуманитарно-социологических наук в различных видах профессиональной и социальной деятельности.

ОК 3. Организовывать свою собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 4. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

ОК 5. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК7. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 8. Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности.

ОК 9. Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные традиции.

ОК 10. Соблюдать правила техники безопасности, нести ответственность за организацию мероприятий по обеспечению безопасности труда.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

-решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы;

- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Формой аттестации по учебной дисциплине является **дифференцированного зачёта**

**Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

|  |  |
| --- | --- |
| **Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции** | **Показатели оценки результата** |
| Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии | Уравнение прямой линии на плоскости, линии второго порядка действия с ними |
| Выполнение действий над векторами |
| Нахождение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов |
| Построение точек и нахождение их координат в прямоугольной декартовой и полярной системах координат |
| Вычисление предела функции в точке и в бесконечности |
| Исследование функции на непрерывность в точке |
| Нахождение производной функции |
| Нахождение производных высших порядков |
| Исследование функции и построение графика |
| Нахождение неопределенных интегралов |
| Вычисление определенных интегралов |
| Нахождение частных производных |
| Исследование рядов на сходимость |
| Выполнение действий над матрицами |
| Вычисление определителей |
| Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы |
| Решение систем линейных уравнений методом Гаусса |
| Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера |
| Умение применять различные методы для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем | Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка |
| Умение решать вероятностные и статистические задачи | - Нахождение вероятности случайного события  - Составление закона распределения случайной величины  - Вычисление числовых характеристик случайных величин |
| Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей | -- Формулировка определений и перечисление свойств скалярного, векторного и смешанного произведения векторов  - Классификация точек разрыва  - Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций  - Перечисление табличных интегралов  - Формулировка классического определения вероятности  -Перечисление последовательности действий при решении систем линейных уравнений методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса |
| Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике | - Формулировка геометрического и механического смысла производной  - Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой  - Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений |

Данное методическое пособие содержит примерный тематический план учебной дисциплины, общие рекомендации по выполнению контрольной работы, краткие теоретические сведения, необходимые для выполнения контрольной работы, образцы решения задач, приведены примеры использования математических методов при решении экономических задач, контрольные задания.

# ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

**Раздел 1Аналитическая геометрия**

**Тема 1.1** Линии первого и второго порядка на плоскости

**Тема 1.2** Прямые и плоскости в пространстве

**Раздел 2Элементы математического анализа**

**Тема 2.1** Функция. Предел функции.

**Тема 2.2** Производная и дифференциал функции. Приложение производных к исследованию функций.

**Тема 2.3** Интегралы. Приложения определенных интегралов

**Раздел 3 Теория комплексных чисел**

**Тема 3.1** Основные понятия теории комплексных чисел

**Раздел 4 Теория вероятности и математическая**

**Тема 4.1** Теория вероятности

**Тема 4.2** Элементы математической статистики статистика

**Раздел 5 Основы линейной алгебры**

**Тема 5.1** Матрицы и определители

# ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО

# ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.

Контрольная работа имеет 10 вариантов. Вариант контрольной работы выбирается по последней цифре шифра.

Работы, выполненные не по своему варианту, не засчитываются и возвращаются студенту без оценки.

Студент должен ознакомиться с рецензией преподавателя, исправить все ошибки, допущенные в работе, а в случае неудовлетворительного выполнения работы исправить её и представить вторично или по указанию преподавателя выполнить другой вариант и представить его на рецензию.

При выполнении контрольной работы надо помнить следующие правила:

* каждая работа выполняется в отдельной тетради в рукописном варианте или в печатном варианте на листах формата А4, на титульном листе указываются предмет, номер работы, номер варианта, фамилия, имя, отчество и шифр студента;
* контрольные работы, выполненные в рукописном варианте, должны быть написаны чернилами, аккуратно и разборчиво, для пометок преподавателя должны быть оставлены поля;
* контрольная работа, представленная в печатном виде, должна содержать 5 разделов:

1. титульный лист;
2. оглавление;
3. основной раздел, где каждый вопрос начинается с новой страницы;
4. список используемой литературы;
5. страницы пронумерованы.

* в конце работы проставляется дата её выполнения

Замечания рецензента стирать и исправлять нельзя, все проверенные контрольные работы сохраняются и представляются на экзамене.

# КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

# Раздел 1. Элементы линейной алгебры.

**Матрицы.**

Матрица – это прямоугольная таблица каких-либо **элементов**. В качестве **элементов** мы будем рассматривать числа, то есть числовые матрицы. **ЭЛЕМЕНТ** – это термин. Термин желательно запомнить, он будет часто встречаться, не случайно я использовал для его выделения жирный шрифт.

**Обозначение:** матрицы обычно обозначают прописными латинскими буквами http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image002.gif

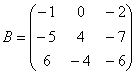
**Пример:** рассмотрим матрицу «два на три»:

http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image004.gif

Данная матрица состоит из шести **элементов**:  
http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image006.jpg  
Все числа (элементы) внутри матрицы  существуют сами по себе, то есть ни о каком вычитании речи не идет:  
http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image008.jpg  
Это просто таблица (набор) чисел!

Рассматриваемая матрица имеет две строки:  
http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image010.jpg  
и три столбца:  
http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image012.jpg

**СТАНДАРТ:** когда говорят о размерах матрицы, то **сначала** указывают количество строк, а только потом – количество столбцов. Мы только что разобрали матрицу «два на три».

Если количество строк и столбцов матрицы совпадает, то матрицу называют **квадратной**, например:  – матрица «три на три».

Если в матрице один столбец  или одна строка http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image018.gif, то такие матрицы также называют **векторами**.

**Действия с матрицами**:

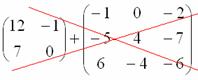
1. **Умножение матрицы на число.**

**Пример:**  
http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image034.gif

Для того чтобы умножить матрицу на число, нужно **каждый** элемент матрицы умножить на данное число. В данном случае – на тройку.

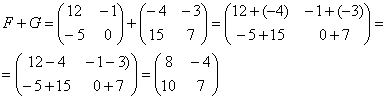
**2) Сумма (разность) матриц.**

Сумма матриц действие несложное.   
НЕ ВСЕ МАТРИЦЫ МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ. Для выполнения сложения (вычитания) матриц, необходимо, чтобы они были ОДИНАКОВЫМИ ПО РАЗМЕРУ.

Например, если дана матрица «два на два», то ее можно складывать только с матрицей «два на два» и никакой другой!  


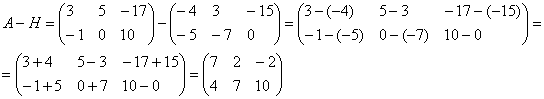
**Пример:**  
Сложить матрицы http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image061.gif и http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image063.gif

**Для того чтобы сложить матрицы, необходимо сложить их соответствующие элементы:**



Для разности матриц правило аналогичное, **необходимо найти разность соответствующих элементов**.

**Пример:**Найти разность матриц http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image004_0000.gif, http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image067.gif

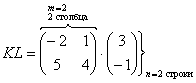


**3) Умножение матриц.**

**Какие матрицы можно умножать?**

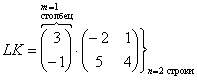
Чтобы матрицу  http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image022_0000.gif можно было умножить на матрицу http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image076.gif необходимо, **чтобы число столбцов матрицы http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image022_0001.gif равнялось числу строк матрицы http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image076_0000.gif.**

**Пример:**Можно ли умножить матрицу **http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image080.gif** на матрицу http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image082.gif?

****

http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image086.gif, значит, умножать данные матрицы можно.

А вот если матрицы переставить местами, то, в данном случае, умножение уже невозможно!

****

http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image090.gif, следовательно, выполнить умножение невозможно, и вообще, такая запись **не имеет смысла**   
**http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image092.jpg**

Следует отметить, что в ряде случаев можно умножать матрицы и так, и так.   
Например, для матриц, http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image094.gif и http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image096.gif возможно как умножение http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image098.gif, так и умножение http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image100.gif

**Как умножить матрицы?**

Начнем с самого простого:

**Пример:**Умножить матрицу **http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image102.gif** на матрицу http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image082_0000.gif  
Сразу привожу формулу для каждого случая:

http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image105.gif – попытайтесь сразу уловить закономерность.

**http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image107.gif**

Пример сложнее:

Умножить матрицу http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image094_0000.gif на матрицу http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image096_0000.gif

Формула: http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image109.gif

http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image111.gif

В результате получена так называемая нулевая матрица.

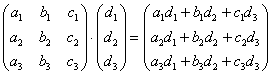
Попробуйте самостоятельно выполнить умножение http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image100_0000.gif (правильный ответ http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image114.gif).

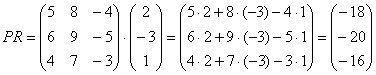
**Обратите внимание, что http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image116.gif!** Таким образом, **переставлять матрицы в произведении нельзя!**

Если в задании предложено умножить матрицу http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image118.gif на матрицу http://mathprofi.ru/f/deistviya_s_matricami_clip_image120.gif, то и умножать нужно именно в таком порядке. Ни в коем случае не наоборот.

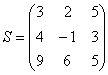
Переходим к матрицам третьего порядка:

Умножить матрицу  на матрицу 

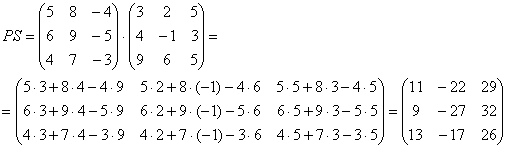
Формула очень похожа на предыдущие формулы:  




А теперь попробуйте самостоятельно разобраться в умножении следующих матриц:

Умножьте матрицу  на матрицу 

Вот готовое решение, но постарайтесь сначала в него не заглядывать!

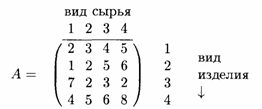


**Применение линейной алгебры в экономике.**

Использование элементов алгебры матриц является одним из основных методов решения многих **экономических задач**. Особенно этот вопрос стал актуальным при разработке и использовании баз данных: при работе с ними почти вся информация хранится и обрабатывается в матричной форме.

**Задача:**

**Предприятие выпускает 4 вида изделий с использованием 4-х видов сырья. Нормы расхода сырья даны как элементы матрицы А:**

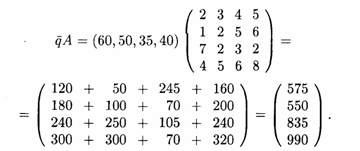
****

**Требуется найти затраты сырья на каждый вид изделия при заданном плане их выпуска: соответственно 60, 50, 35 и 40 ед.**

**Решение.** Составим вектор-план выпуска продукции

http://fislas.ru/lin_prog/ris5/image040.gif

Тогда решение задачи дается вектором затрат, координаты которого и являются величинами затрат сырья по каждому его виду; этот вектор затрат вычисляется как произведение вектора http://fislas.ru/lin_prog/ris5/image034.gif на матрицу А:



# Раздел 2. Основы дискретной математики

**Множества и отношения**.

**Множество** - это совокупность, набор элементов, объединенных общими свойствами.

Множества обозначаются заглавными латинскими буквами A, B, C , а элементы множества строчными латинскими буквами a, b, c .

***Объединением*** двух множеств *A* и *B* называется множество *A* U *B*, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств *A* или *B*.

***Пересечением*** множеств *A* и *B* называется множество *A* ∩ *B*, которое состоит из тех и только тех элементов, которые принадлежат как множеству *A*, так и множеству *B*.

**Пример 1**

Пусть *A* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} и *B* = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19}. Найти AUB и A∩B

[Решение](javascript:changeDecision(document.all.decision1,%20document.all.decisionname1))

|  |  |
| --- | --- |
| AUB = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 17, 19},  A∩B = {1, 3, 5, 7, 9}.  ***Разностью*** множеств *A* и *B* называется множество *A* \ *B*, которое состоит из тех и только тех элементов, которые принадлежат множеству *A*, но не принадлежат множеству *B*.  **Пример 2**  Пусть *A* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} и *B* = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19}. Найти *A* \ *B* и *B* \ *A*.  [Решение](javascript:changeDecision(document.all.decision3,%20document.all.decisionname3))  А\В = {2,4,6,8}.  В\А = {11,13,17,19}.   |  | | --- | |  | |

**Симметрической разностью**  множеств AиВ называется множество

А Δ В, которое состоит из тех элементов, которые не являются общими для двух заданных множеств.

**Пример 3.**

Пусть А = {1,2,3,4,5}, В = {3,4,5,6,7}

Найти АΔВ.

Решение

A\,\triangle\,B = \{1,2,6,7\}.

**Декартовым произведением** А×В множеств А,В называется множество всех упорядоченных пар (а,b) , где аА, bВ.Кратко это записывают так А×В ={(а,b) ,аА, bВ}.

**Декартовым квадратом множества А** называют декартово произведение множества А на множество А (т.е. само на себя).

Если перемножаются одинаковые множества, используется обозначение степени:

An = A × A × A ×...× A

**Пример 4**.

Пусть А = {1,2}, В = {1,5,7}.

Найти А× В; А× А; В2.

Решение

А×В ={(1,1) ,(1,5), (1,7), (2,1), (2,5), (2,7)}.

А×А = {(1,1), (1,2), (2,2), (2,1)}

В2= {(1,1), (1,5), (1,7), (5,1), (5,5), (5,7), (7,1), (7, 5), (7,7)}.

**Применение методов дискретной математики в экономике.**

При исследовании, анализе и решении управленческих проблем, моделировании объектов исследования и анализа широко используются методы формализированного представления, являющегося предметом рассмотрения в дискретной математике. К ним относятся методы, основанные на теоретико-множественных представлениях, графы, алгоритмы формальные системы, математическая логика.

В экономике существует множество отраслей, использующих методы дискретной математики. Это и эконометрика, и логистика, и математическое моделирование. Так, в эконометрике булевские переменные применяются в исследовании регрессионных моделей с переменной структурой и в построении регрессионных моделей по неоднородным данным. В этом случае рассматривается лишь одно уравнение регрессии, куда вводятся булевские переменные, которые характеризуют изучаемый фактор. Данный метод удобен для выявления зависимости модели от некоторого фактора.

Теория графов широко используется в логистике для описания потоков, задания маршрутов. Так схему дорог удобнее представить в виде ориентированного графа, и известными нам методами выбрать кратчайший путь. В настоящее время, прокладывая маршрут, нельзя не брать во внимание и пропускную способность магистралей, интерпретируя маршруты в графы, можно получить экономически выгодное решение.

При помощи теории нечетких множеств, методом нечеткого предпочтения, можно выбрать конкурентоспособный товар или услугу. Поэтому, данная теория применяется в маркетологии, при исследовании рынков различных экономических благ.

# Раздел 3. Основы математического анализа

# Дифференциальное исчисление.

## Общая схема исследования функции и построения ее графика

1. Найти область определения функции. Выделить особые точки (точки разрыва).
2. Проверить наличие вертикальных асимптот в точках разрыва и на границах области определения.
3. Найти точки пересечения с осями координат
4. Установить, является ли функция чётной или нечётной.
5. Определить, является ли функция периодической или нет (только для тригонометрических функций, остальные непериодические, пункт пропускается).
6. Найти точки экстремума и интервалы монотонности (возрастания и убывания) функции.
7. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости-вогнутости.
8. Найти наклонные асимптоты функции.
9. Построить график функции.

**Пример:**

Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и построить график **y = x3+6x2+9x+2**

РЕШЕНИЕ:

1) Область определения функции – вся числовая прямая, то есть

D (y) = (−∞; +∞) .

Точек разрыва нет, вертикальных асимптот нет.

2) Точки пересечения с осями координат:

Ox : найти затруднительно

Oy:x=0⇒03 +6\*02 +9\*0+2=2⇒Точка (0;2)

3)Функция общего вида, так как

y(-x) = -x3 +6x2 -9x+2≠ ±y(x)

4)Экстремумы и монотонность. Вычисляем первую производную: y'=3x2 +12x+9

Находим критические точки: y'=0; 3x2 +12x+9=0; x1 =-1; x2 =-3.

Исследуем знак производной на интервалах,

на которые критические точки делят область определения функции.

y' + - +

y -3 -1 x

Функция возрастает на интервалах (−∞;-3),(-1; +∞) , убывает на интервале

(-3;-1). Функцияимеет минимум в точке x = -1 , y(-1) =-2 , функция имеет максимум в точке x = -3 , y(-3)=2.

5) Выпуклость и точки перегиба. Вычисляем вторую производную.

y''=(3x2 +12x+9)'=6x+12

Находим критические точки: y''=0; 6x+12=0; x=-2.

Исследуем знак производной на интервалах, на

которые критические точки делят область определения функции.

y'' - +

y -2 x

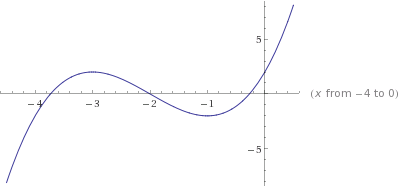
Функция выпукла вверх на интервале (−∞;-2) , выпукла вниз на интервале

(-2 ; +∞) . Точкаперегиба: x =-2, y(-2) = 0.

6) Асимптоты.

Так как = =∞, асимптот нет.

7)Строимграфикфункции.



x

**Интегральное исчисление.**

|  |
| --- |
| **1.Основные правила интегрирования** |
| **1. Если http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image002.gifтоhttp://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image004.gifгде http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image006.gif – произвольная постоянная.**  **2. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image008.gif где http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image010.gif – постоянная.**  **3. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image012.gif**  **http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image014.gif** |
| **2.Таблица основных неопределенных интегралов** |
| 1.http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image016.gif**.**  2. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image018.gif  3.http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image020.gif.  4. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image022.gif  5. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image024.gif  6. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image026.gif  7. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image028.gif  8. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image030.gif  9. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image032.gif  10. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image034.gif  11. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image036.gif  12. http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image038.gifhttp://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image040.gif |
| **3.Непосредственное интегрирование** |
| Отыскание неопределенного интеграла с помощью таблицы, правил и тождественных преобразований называют непосредственным интегрированием.  **Пример:**  - + )dx = 2dx - dx - dx + 3 = 2 - +3 arcsinx + C  При интегрировании использованы правила 2 и 3, а также табличные формулы 2,4,6,11. |
| **4.Метод подстановки (замена переменной интегрирования)** |
| Замена переменной в неопределенном интеграле производится с помощью подстановок двух видов: а) http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image176.gifгде http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image178.gif – монотонная, дифференцируемая функция; б) http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image180.gif – новая переменная.  В первом случае формула замены переменной имеет вид:  http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image182.gif.                          (1)  Во втором случае:  http://abc.vvsu.ru/Books/u_minteger/obj.files/image184.gif.                        (2)  В обоих случаях после интегрирования следует возвращаться к старой переменной обратной подстановкой.  **Пример 1.**  Вычислить интеграл:  **Решение.**  Сделаем замену переменных **t=x+1** и найдем дифференциал от обеих частей, тогда  dt = (x+1)'dx⇒dt= dx  Подставляя все в исходный интеграл, получим:  = = +C = +C,  гдеC - const . Здесь заключительное действие - это **обратная замена переменных**.  В данном случае с помощью замены в интеграле удалось свести интеграл к табличному, затем была произведена обратная замена переменных и получен ответ. |

**Пример2:**

(положим t = 2x+3, тогдаx= t- , dx = dt)

=  =- +C= =- +C

**Пример 3:**

dx= (положимt= x2 +25, тогда dt=2xdx, xdx= dt) =\*dt=dt= +C = +C = +C = +C

**Определенный интеграл.**

Если существует **определенный интеграл** от функции f(x) , то в этом случае функция называется **интегрируемой на отрезке**  .

Для **интегрируемости функции** на отрезке  достаточно, чтобы она была непрерывна на нем или имела конечное число точек конечных разрывов.

Если функция непрерывна на  , то от нее существует неопределенный интеграл

$\displaystyle \int f(x)d\,x=F(x)+C
$

и имеет место формула

$\displaystyle \int\limits_a^b f(x)d\,x=F(b)-F(a) =\left. F(x)\right\vert _a^b,
$

т.е. **определенный интеграл от непрерывной функции** равен **разности значений первообразной функции (или неопределенного интеграла) при верхнем и нижнем пределах.**

Формула

$\displaystyle \int\limits_a^b f(x)d\,x=
F(x)\vert _a^b=
F(b)-F(a),
$

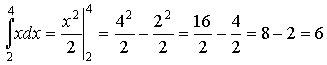
называется **формулой Ньютона-Лейбница.**

**Пример 1:**

 Необходимо найти определенный интеграл

http://mathem.h1.ru/images/intg4_3.gif

Имеем:



   Таким образом искомый интеграл равен 6.

**Пример 2:**

Вычислить интеграл:

Решение:

=( 3 + 4 +5x)= +2-

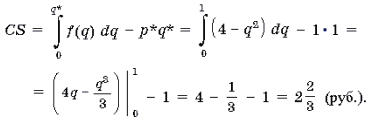
- (+2 26- 8=18.

**Приложение определенного интеграла в экономике**

Интегральное исчисление дает богатый математический аппарат для моделирования и исследования процессов, происходящих в экономике.

**Задача.** Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией p = 4 – q2, где q – количество товара (в шт.), p – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при p\* = q\* = 1. Определите величину потребительского излишка.

Решение.



# Раздел 4. Основы теории комплексных чисел

# Основные понятия теории комплексных чисел.

Комплексным числом http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image006.gif называется число вида http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image008.gif, где http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image010.gif и http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image012.gif – действительные числа, http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image014.gif – так называемая мнимая единица. Число http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image010_0000.gif называется действительной частью комплексного числа http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image006_0000.gif, число http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image012_0000.gif называется мнимой частью  комплексного числа http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image006_0001.gif.

http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image021.gif – это ЕДИНОЕ  ЧИСЛО, а не сложение. Действительную и мнимую части комплексного числа, в принципе, можно переставить местами: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image023.gif или переставить мнимую единицу: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image025.gif – от этого комплексное число не изменится. **Но стандартно комплексное число принято записывать именно в таком порядке**:  http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image008_0000.gif

**Сложение комплексных чисел**

**Пример 1:**

Сложить два комплексных числа http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image058.gif, http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image060.gif

Для того чтобы сложить два комплексных числа нужно сложить их действительные и мнимые части:  
http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image062.gif

Действие настолько очевидно, что не нуждается в дополнительных комментариях.

Таким нехитрым способом можно найти сумму любого количества слагаемых: просуммировать действительные части и просуммировать мнимые части.

Для комплексных чисел справедливо правило первого класса: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image064.gif – от перестановки слагаемых сумма не меняется.

**Вычитание комплексных чисел**

**Пример 2:**

Найти разности комплексных чисел http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image066.gif и http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image068.gif, если http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image070.gif http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image072.gif

Действие аналогично сложению, единственная особенность состоит в том, что вычитаемое нужно взять в скобки, а затем – стандартно раскрыть эти скобки со сменой знака:

http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image074.gif

Результат не должен смущать, у полученного числа две, а не три части. Просто действительная часть – составная: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image076.gif. Для наглядности ответ можно переписать так: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image078.gif.

Рассчитаем вторую разность:  
http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image080.gif  
Здесь действительная часть тоже составная: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image082.gif

Чтобы не было какой-то недосказанности, приведу короткий пример с «нехорошей» мнимой частью: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image084.gif. Вот здесь без скобок уже не обойтись.

**Умножение комплексных чисел**

Настал момент познакомить вас со знаменитым равенством:

http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image086.gif

**Пример 3:**

Найти произведение комплексных чисел  http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image088.gif, http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image090.gif

Очевидно, что произведение следует записать так:  
http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image092.gif

Что напрашивается? Напрашивается раскрыть скобки по правилу умножения многочленов. Так и нужно сделать! Все алгебраические действия вам знакомы, главное, помнить, что http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image086_0000.gif **и быть внимательным**.

Повторим школьное правило умножения многочленов: Чтобы умножить многочлен на многочлен нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена.

Я распишу подробно:  
http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image094.gif

Надеюсь, всем было понятно, что http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image096.gif

Внимание, и еще раз внимание, чаще всего ошибку допускают в знаках.

Как и сумма, произведение комплексных чисел перестановочно, то есть справедливо равенство: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image098.gif.

**Деление комплексных чисел**

**Пример 4:**

Даны комплексные числа http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image100.gif, http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image102.gif. Найти частное http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image104.gif.

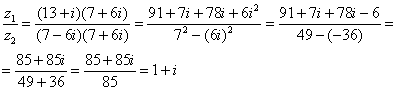
Составим частное:  
http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image106.gif

Деление чисел осуществляется **методом умножения знаменателя и числителя на сопряженное знаменателю выражение**.

Вспоминаем формулу http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image108.gif и смотрим на наш знаменатель: http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image110.gif. В знаменателе уже есть http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image112.gif, поэтому сопряженным выражением в данном случае является http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image114.gif, то есть http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image116.gif

Согласно правилу, знаменатель нужно умножить на http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image116_0000.gif, и, чтобы ничего не изменилось, домножить числитель на то же самое число http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image116_0001.gif:  
http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image118.gif

Далее в числителе нужно раскрыть скобки (перемножить два числа по правилу, рассмотренному в предыдущем пункте). А в знаменателе воспользоваться формулой http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image108_0000.gif (помним, чтоhttp://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image086_0001.gif и не путаемся в знаках!!!).

Распишу подробно:  


Пример подобран «хороший», если взять два произвольных числа, то в результате деления почти всегда получатся дроби, что-нибудь вроде http://mathprofi.ru/h/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov_clip_image122.gif.

## Комплексные числа в экономике

Сегодня сложно представить себе ряд наук без применения комплексных чисел. Теория электротехники, электромеханики, радиотехники, самолетостроения и других наук невозможна без применения моделей в виде комплексных чисел. Экономика, более сложная наука, до сих пор не знала применения комплексных чисел.

Товар является носителем двух составляющих: потребительских свойств, объективно присущих товару, и цены - денежной оценки потребительских свойств товара конкретным потребителем. С учетом того, что и потребительские свойства товара и его цена являются необходимыми показателями свойств товара, возникает потребность разработки и использования комплексного показателя, характеризующего эти две стороны одного объекта. Именно таким показателем может стать комплексное число, состоящее из действительной и мнимой частей.

Представив какую-либо оценку потребительских свойств товара П как действительную часть комплексного числа, а его цену Ц - как мнимую часть, получим:

Т = П + iЦ, (1)

где i - мнимая единица, которая определяется условием i? (0, 1) и удовлетворяет соотношению:

i2 = -1. (2)

Легко убедиться в том, что запись (1) позволяет полностью описать свойства конкретного товара и математически корректно работать как с каждой из двух его составляющих, так и с их совокупностью в целом.

# Раздел 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики

# Случайные события и их вероятности.

# Применение комбинаторики к подсчету вероятности.

**Пример 1:**

В партии из **N** деталей имеется **n** бракованных. **Какова вероятность** того, что среди наудачу отобранных **k** деталей окажется **s** бракованных?

**Решение.**

Количество всех элементарных исходов равно  . Для подсчета числа благоприятных случаев рассуждаем так: из **n** бракованных можно выбрать **s** деталей  способами, а из **N – n** небракованных можно выбрать

**k – s** небракованных деталей  способами; по правилу произведения число благоприятных случаев равно  . Искомая вероятность равна:

p = (1)

**Замечание:**

Всякое **k-членное подмножество n-членного множества** называется **сочетанием из n элементов по k.**

Число различных **сочетаний из n элементов по k** обозначается  .

Справедлива формула

= , (2)

n! =1234…n

**Пример 2:**

В партии из 12 деталей имеется 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наугад деталей 4 стандартных.

**Решение.**

Искомую вероятность найдем по формуле (1) для случая

N =12, n =7, k = 6, s = 4.

p = = = = .

# ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Задание №1.**

|  |  |
| --- | --- |
| Номер варианта | **Задание:**  Найти произведение матриц АВ = С, если А, В даны: |
| **1** | А =, В = |
| **2** | А =, В = |
| **3** | А =, В = |
| **4** | А =, В = |
| **5** | А =, В = |
| **6** | А =, В = |
| **7** | А =, В = |
| **8** | А =, В = |
| **9** | А =, В = |
| **10** | А =, В = |

**Задание №2.**

|  |  |
| --- | --- |
| Номер варианта | **Задание:**  Для множеств А и В найти: АUВ; А∩В; АΔВ; А\В; А×В; А×А; В2 . |
| **1** | А = , В = |
| **2** | А = , В = |
| **3** | А = , В = |
| **4** | А = , В = |
| **5** | А = , В = |
| **6** | А = , В = |
| **7** | А = , В = |
| **8** | А = , В = |
| **9** | А = , В = |
| **10** | А = , В = |

**Задание №3.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | **Задание:**  Выполнить действия | | | |
| **1** | (1+3i)+(-3+i) | (5-3i)×(2-5i) | (5+4i)-(-3+4i) | (2+3i)/(2-3i) |
| **2** | (-4+3i)+(4-3i) | (3+5i)×(2+3i) | (4+2i)-(-1+2i) | (5-4i)/(-3+2i) |
| **3** | (-2+5i)+(2-5i) | (3-4i)×( -7+3i) | (7-2i)-( -4+3i) | (-5+2i)/(6-7i) |
| **4** | (3-4i)+(-3+4i) | (6+7i)×(-5+2i) | (-9+4i)-( 3+5i) | (1+8i)/( -3+i) |
| **5** | (7-2i)+(-7+3i) | (1+8i)×(-9+4i) | (2+3i)-(-3+i) | (-8+i)/(7-2i) |
| **6** | (-5+2i)+(5-2i) | (3+4i)×( -8+i) | (-3+4i)-(6+7i) | (6-7i)/( -1+2i) |
| **7** | (-6+7i)+(6-7i) | (7-2i)×( -3+i) | (3+5i)-(-9+4i) | (3+4i)/( -5+2i) |
| **8** | (1+8i)+(-8+i) | (2+3i)×(6-7i) | (-5+2i)-(3+4i) | (-9+4i)/(5-7i) |
| **9** | (-9+4i)+(9-4i) | (-5+2i)×( 7-2i) | (-4+3i)-( 2+3i) | (6+7i)/( 1+8i) |
| **10** | (8-5i)+(-8+5i) | (-1+2i)×(6+7i) | (7-5i)-(-8+i) | (3+5i)/(-4+3i) |

**Задание №4.**

|  |  |
| --- | --- |
| № варианта | **Задание:**  Исследовать свойства функции и построить её график |
| **1** | y = |
| **2** | y = |
| **3** | y = |
| **4** | y = |
| **5** | y = |
| **6** | y = |
| **7** | y = |
| **8** | y = |
| **9** | y = |
| **10** | y = |

**Задание №5.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | **Задание:**  Найти интегралы | | |
| **1** |  |  |  |
| **2** |  |  |  |
| **3** |  |  |  |
| **4** |  |  |  |
| **5** |  |  |  |
| **6** |  |  |  |
| **7** |  |  |  |
| **8** |  |  |  |
| **9** |  |  |  |
| **10** |  |  |  |

**Задание №6.**

|  |  |
| --- | --- |
| Номер варианта | **Задание:**  Решить задачу |
| **1** | В партии из 8 деталей имеется 6 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад деталей ровно три стандартных. |
| **2** | В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины. |
| **3** | В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников. |
| **4** | В урне 5 белых и 4 черных шаров. Из урны наугад вынимают 3 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров будет 2 белых. |
| **5** | В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 взятых наугад деталей ровно 4 стандартных. |
| **6** | В группе 16 студентов, среди которых 10 отличников. По списку отобраны 12 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 6 отличников |
| **7** | В цехе работают 7 мужчин и 5 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны семь8 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 4 женщины. |
| **8** | В урне 7 белых и 5 черных шаров. Из урны наугад вынимают 6 шаров. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров будет 4 белых. |
| **9** | В партии из 12 деталей имеется 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди 7 взятых наугад деталей ровно 5 стандартных. |
| **10** | В группе 14 студентов, среди которых 9 отличников. По списку отобраны 11 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников |

# Информационное обеспечение обучения

**Перечень рекомендуемых учебных изданий.**

Основные источники:

1. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика.-М.:Академия,2010.
2. МихеевВ.С., Стяжкина О.В., Шведова О.М. Математика,- Ростов-на-Дону: Феникс,2009.
3. Дадаян.А.А..Математика.-М.:Форум,2010.

Дополнительные источники:

1. Шипачев В.С., Начала высшей математики. -М.:Дрофа, 2002.
2. Богомолов Н.В., Практические занятия по математике.-М.:Высшая школа, 2003.
3. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. . Математика для техникумов.-М.:Дрофа, 2005.
4. Дадаян А.А., Математика. М.:Форум, Инфра-М, 2003г.
5. Шипачев В.С. Задачник по Высшей математике.-М.:Высшая школа, 2003г.

СОДЕРЖАНИЕ

[Паспорт методических указаний и заданий 3](#_Toc381606407)

[ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН 6](#_Toc381606408)

[ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО 7](#_Toc381606409)

[ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ. 7](#_Toc381606410)

[КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ. 8](#_Toc381606411)

[Раздел 1. Элементы линейной алгебры. 8](#_Toc381606412)

[Раздел 2. Основы дискретной математики 13](#_Toc381606413)

[Раздел 3. Основы математического анализа 15](#_Toc381606414)

[Дифференциальное исчисление. 15](#_Toc381606415)

[Раздел 4. Основы теории комплексных чисел 21](#_Toc381606418)

[Основные понятия теории комплексных чисел. 21](#_Toc381606419)

[Комплексные числа в экономике 24](#_Toc381606420)

[Раздел 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики 24](#_Toc381606421)

[Случайные события и их вероятности. 24](#_Toc381606422)

[Применение комбинаторики к подсчету вероятности. 24](#_Toc381606423)

[ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 26](#_Toc381606424)